Correction du DNB – Session 2009

Activités numériques

Exercice 1

1. $A=\dfrac{8+3\times4}{1+2\times1{,}5}$
   $A=\dfrac{8+12}{1+3}$
   $A=\dfrac{20}{4}$
   $A=5$
2. En supposant que sa calculatrice respecte les priorités opératoires, elle calculera $8+(3\times4\div1)+(2\times1{,}5)$ or il aurait fallu calculer $(8+(3\times4))\div(1+(2\times1{,}5))$
   ou Le calcul « à la main » de la succession de touches s'écrit $8+3\times4\div1+2\times1{,}5=8+12\div1+3=11+12=23$, à la machine il aurait fallu saisir $(8+3\times4)\div(1+2\times1{,}5)$

Exercice 2

1. $Probabilité=\dfrac{nombre\ de\ cas\ favorables}{nombre\ de\ cas\ total}$ donc pour Aline : $P_A=\dfrac{5}{5}=1$, pour Bernard $P_B=\dfrac{10}{40}=0{,}25$ et pour Claude $P_C=\dfrac{100}{103}\approx0{,}97$, c'est donc Aline qui a la plus grande probabilité de tirer une bille rouge.
2. Méthode n°1
   $P_B=0{,}25$, il faut donc que le nombre de billes rouges d'Aline représente le quart du total de ses billes, ce qui est possible si il y a 20 billes, il faut donc rajouter 20 – 5 = 15 billes noires.
   Méthode n°2
   Pour obtenir des probabilités identiques, les billes rouges et noires doivent être dans les mêmes proportions. $\dfrac{10}{30}=\dfrac{5}{15}$ donc il faut 15 billes noires

Exercice 3

1. B(-4 ; 4,6)
2. Il y a trois points d'intersection de la courbe C_3 avec l'axe des abscisses, ces points ont pour abscisses -1 ; 2 et 4.
3. La courbe C_1 est une droite passant par l'origine du repère, c'est donc la représentation graphique d'une fonction linéaire.
4. La fonction *f* est de la forme *f* : *x* ⟶ *ax* + *b*, c'est donc une fonction affine, représentée par une droite : la courbe C_2 .
5. Si *f* (*x*)=1 alors $\boxed{\begin{array}{c}1=-0{,}4x+3\\ 1-3=-0{,}4x\\ x=\dfrac{-2}{-0{,}4}\\ x=5\end{array}}$ ce qui est cohérent avec le graphique
6. A appartient à C_2 si 1,2 est l'image par *f* de 4,6 or $\begin{array}{c}f(4{,}6)=-0{,}4\times4{,}6+3\\ f(4{,}6)=-1{,}84+3\\ f(4{,}6)=1{,}16\end{array}$ et 1,16 ≠ 1,2
   donc A ∉ C_2 .

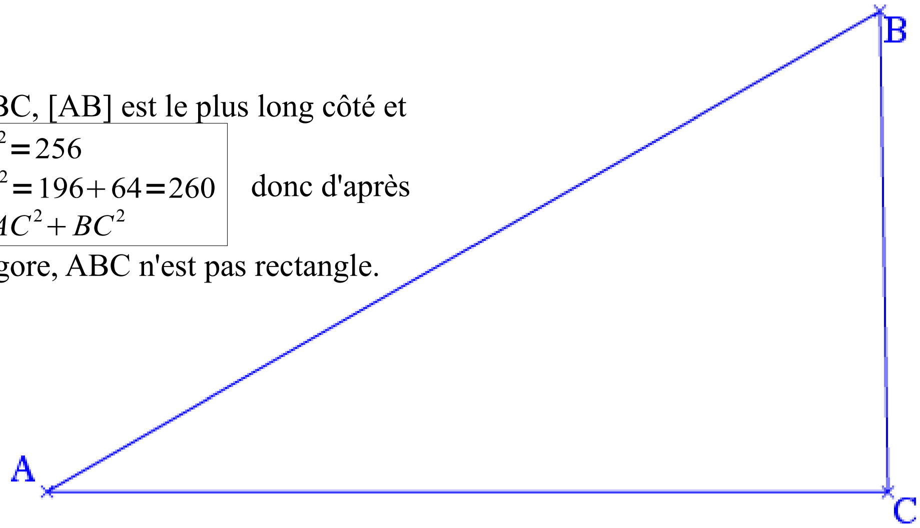
Activités géométriques

Exercice 1

1. a.
   b. Dans le triangle ABC, [AB] est le plus long côté et

$$\boxed{\begin{gathered} AB^2=16^2=256 \\ AC^2+BC^2=14^2+8^2=196+64=260 \\ donc\ AB^2\neq AC^2+BC^2 \end{gathered}}$$

donc d'après le théorème de Pythagore, ABC n'est pas rectangle.

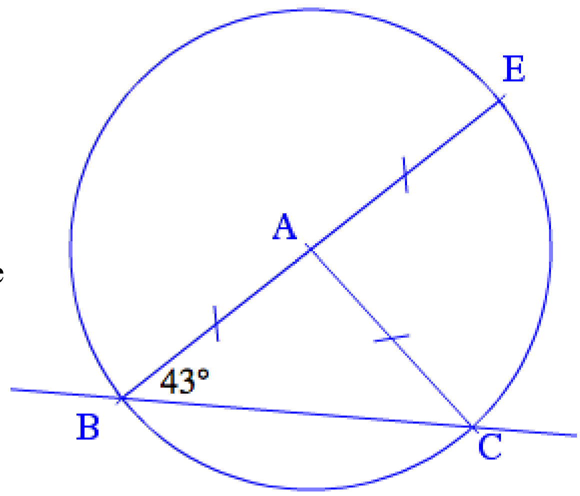


2.

$$p=AB+AC+BC=16+14+8=38$$
$$A=\sqrt{\frac{38}{2}\left(\frac{38}{2}-16\right)\left(\frac{38}{2}-14\right)\left(\frac{38}{2}-8\right)}$$
$$A=\sqrt{19\times3\times5\times11}$$
$$A=\sqrt{3135}\approx56\,cm^2\ à\ 1\,cm^2\ près\ par\ défaut$$

Exercice 2

Partie 1



1.
2. A est le milieu de [BE] et AB = AE = AC, donc BCE est un triangle inscrit dans le cercle de centre A et de diamètre [BE], c'est donc un triangle rectangle en C.
3. <u>Méthode n°1</u>
   $\widehat{ABC}$ est un angle inscrit dans le cercle de centre A et de diamètre [BE], il intercepte le même arc de cercle que l'angle au centre $\widehat{CAE}$, celui-ci vaut donc le double de $\widehat{ABC}$, donc $\widehat{EAC}=2\times43°=86°$.
   <u>Méthode n°2</u>
   La somme des angles d'un triangle est égale à 180°.
   Dans ABC on a $\widehat{BAC}=180-2\times43°=180-86°=94°$
   $\widehat{BAE}$ étant un angle plat on en déduit $\widehat{EAC}=180-94°=86°$

Partie 2

<u>Méthode n°1</u>
On a vu en partie 1. 3. que $\widehat{EAC}=2\times\widehat{ABC}$, donc Jean a raison.
<u>Méthode n°2</u>
Par propriété, un angle au centre mesure le double d'un angle inscrit interceptant le même arc, donc Jean a raison.

Problème

Partie 1

1. Dans le triangle ABC, [AB] est le plus long côté et $\begin{array}{c} AB^2=17{,}5^2=306{,}25 \\ BC^2+AC^2=14^2+10{,}5^2 \\ BC^2+AC^2=196+110{,}25=306{,}25 \end{array}$
   donc $AB^2=BC^2+AC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en C.
2. <u>Méthode n°1</u>
   Si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
   (PC)//(RS) et (PC)⊥(SC), donc (RS)⊥(SC)
   (SC)//(RP) et (PC)⊥(SC), donc (PC)⊥(PR)
   PRSC est un quadrilatère possédant trois angles droits, c'est donc un rectangle.
   <u>Méthode n°2</u>
   Un quadrilatère qui a ses côté parallèles deux à deux est un parallélogramme. De plus ce parallélogramme possède un angle droit en C, donc c'est un rectangle.
3. a. Dans le triangle ABC, (AR) et (PC) sont sécantes en B, (PR) et (AC) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès $\frac{BR}{BA}=\frac{BP}{BC}=\frac{RP}{AC}$, d'où $\frac{5}{14}=\frac{RP}{10{,}5}$, soit
   $RP=\frac{5\times 10{,}5}{14}=3{,}75\,cm$
   b. PC = BC – BP = 14 – 5 = 9 cm
   $Aire_{PRSC}=PC\times RP=9\times 3{,}75=33{,}75\,cm^2$

Partie 2

1. D'après la partie 1, $RP=\frac{BP\times 10{,}5}{14}=0{,}75\,BP$, PC = 14 – BP,
   $\boxed{\begin{array}{c} Aire_{PRSC}=RP\times PC \\ Aire_{PRSC}=0{,}75\,BP(14-BP) \\ Aire_{PRSC}=10{,}5\,BP-0{,}75\,BP^2 \end{array}}$, donc si BP = 5 cm alors $\boxed{\begin{array}{c} Aire_{PRSC}=10{,}5\times 5-0{,}75\times 5^2 \\ Aire_{PRSC}=33{,}75\,cm^2 \end{array}}$
   et si BP = 10 cm alors $\boxed{\begin{array}{c} Aire_{PRSC}=10{,}5\times 10-0{,}75\times 10^2 \\ Aire_{PRSC}=30\,cm^2 \end{array}}$.
2. a) Le rectangle a une aire de $18\,cm^2$ si BP = 2 cm ou si BP = 12 cm.
   b) L'aire du rectangle semble maximale pour BP = 7 cm.
   c) $36\,cm^2$ < Aire maximale de PRSC < $37\,cm^2$

Partie 3

1. PC = 14 – BP
2. Voir partie 2 : le théorème de Thalès donne $RP=\frac{BP\times 10{,}5}{14}=0{,}75\,BP$.
3. PRSC est un carré si RP = PC, c'est-à-dire si $\boxed{\begin{array}{c} 0{,}75\,BP=14-BP \\ 1{,}75\,BP=14 \\ BP=\frac{14}{1{,}75} \\ BP=8\,cm \end{array}}$.