Épreuve commune de mathématiques - Avril 2011
Éléments de correction

I : Activités numériques

Exercice 1:

$A = \frac{1}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{12}$

$= \frac{1}{5} - \frac{21}{60}$

$= \frac{12}{60} - \frac{21}{60}$

$A = \frac{-9}{60} = \frac{-3}{20}$

$B = 4\sqrt{9 \times 5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{100 \times 5}$

$= 12\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 10\sqrt{5}$

$B = 4\sqrt{5}$

$C = \frac{4 \times 12}{3} \times 10^{14-11}$

$= 16 \times 10^{3}$

$C = 1{,}6 \times 10^{4}$

Exercice 2:

1) $D = 16x^2 - 8x + 1 + 4x^2 - x + 12x - 3 = 20x^2 + 3x - 2$
2) $D = (4x - 1)[(4x - 1) + (x + 3)]$
$= (4x - 1)(4x - 1 + x + 3) = (4x - 1)(5x + 2)$
3) Si AxB =0 alors soit A =0 ou soit B =0
Soit $4x - 1 = 0$ ou soit $5x + 2 = 0$
$x = \frac{1}{4}$ ou $x = \frac{-2}{5}$

Exercice 3:

1) Le nombre maximum de lots est le plus grand nombre qui doit diviser à la fois 4897 et 1475:
c'est donc le PGCD de 4897 et de 1475.
On utilise la méthode des divisions successives.
PGCD(4897;1475) = PGCD(1475;472)
car 4897 = $1475 \times 3 + 472$
PGCD(4897;1475) = PGCD(472;59)
car 1475 = $472 \times 3 + 59$
PGCD(4897;1475) = PGCD(59;0)
car 472 = $59 \times 8 + 0$
PGCD(4897;1475) = 59
Le père Noël pourra offrir 59 lots.
2) 4897:59 = 83 ;1475 : 59 = 25 . Chaque lot comportera 83 figurines et 25 poupées.

Exercice 4 :

L'expression $n^2 - 18n + 81$ peut s'écrire : $n^2 - 2 \times n \times 9 + 9^2$
qui se factorise en $(n - 9)^2$
donc cette expression peut être égale à 0 si n = 9
donc Karim a tort.

II : Activités Géométriques

Exercice 1:

Question 1 : réponse C : 25 cm².
Question 2 : réponse C : ses diagonales perpendiculaires.
Question 3 : réponse A : (BN) et (AC) sont parallèles.
Question 4 : réponse A : $\widehat{RSQ} \approx 53°$.
Question 5 : réponse A : x ≈ 71,56.

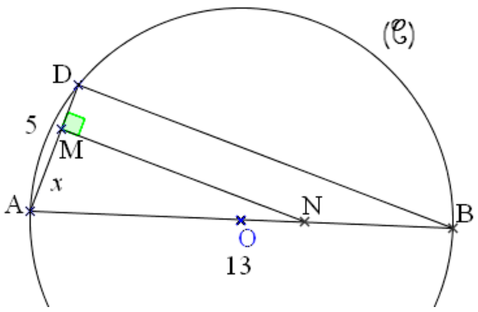
Exercice 2:

1) AC est le plus long côté du triangle ABC .
D'une part $AC^2 = 5^2 = 25$
D'autre part : $AB^2 + BC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$
On a $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore ABC est rectangle en B.

2) Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle .
Le parallélogramme ABCD a un angle droit en B
donc ABCD est un rectangle.

3) $V = \frac{B \times h}{3} = \frac{AB \times BC \times SO}{3} = \frac{4 \times 3 \times 6}{3} = 24\,cm^3$

4) Dans le triangle SOA rectangle en O ,
d'après le théorème de Pythagore on a :
$SA^2 = SO^2 + OA^2$
$SA^2 = 6^2 + 2{,}5^2$
$SA^2 = 36 + 6{,}25$
$SA^2 = 42{,}25$
$SA = \sqrt{42{,}25}$
SA = 6,5 cm.



III : Problème

1ère partie

1) Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés alors il est rectangle.
Comme ABD est inscrit dans le cercle de diamètre [AB] alors ABD est rectangle en D.

2) Dans le triangle ABD rectangle en D , on a :
$AB^2 = AD^2 + BD^2$
Soit $13^2 = 5^2 + BD^2$
$169 = 25 + BD^2$
$BD^2 = 169 - 25 = 144$
$BD = \sqrt{144} = 12$ cm

3) Dans le triangle ABD rectangle en D .
$\sin \widehat{ABD} = \frac{AD}{AB}$ soit $\sin \widehat{ABD} = \frac{5}{13}$
D'où $\widehat{ABD} \approx 22{,}6°$

4) $\widehat{AOD}$ est un angle au centre qui intercepte le même arc de cercle que l'angle inscrit $\widehat{ABD}$.
donc $\widehat{AOD} = 2 \times \widehat{ABD} = 2 \times 22{,}6 = 45{,}2°$

5) $A(ABD) = \frac{b \times h}{2} = \frac{AD \times BD}{2} = \frac{5 \times 12}{2} = 30\,cm^2$

2ème partie

1) Si deux droites sont perpendiculaires à la même troisième alors elles sont parallèles entre elles.
Comme (MN) et (BD) sont perpendiculaires à (AD) alors (MN) et (BD) sont parallèles.

2) Dans le triangle ABD , M appartient à [AD] , N appartient à [AB] , (MN) est parallèle à (BD) alors
d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AM}{AD} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BD}$
Soit : $\frac{x}{5} = \frac{AN}{13} = \frac{MN}{12}$ On fait les produits en croix.
$AN = \frac{13 \times x}{5} = 2{,}6\,x$ et $MN = \frac{12 \times x}{5} = 2{,}4\,x$

3) $A(AMN) = \frac{b \times h}{2} = \frac{AM \times MN}{2} = \frac{x \times 2{,}4\,x}{2} = 1{,}2\,x^2$

4) *P(AMN)* = *AM* + *MN* + *AN* = *x* + *2,4x* + *2,6x* = *6x*
On cherche *x* pour que : *6x* = *18* soit : *x* = *18/6* = *3* cm.
Si *x* = *3* cm alors la périmètre de AMN est égal à 18 cm.