

Exercice 1 (20 points) Les justifications sont pour information, elles n'étaient pas demandées.

- On a $\frac{25 \times 60}{100} = 25 \times 0,6 = 15$. **Réponse B.**
- $126 = 2 \times 63 = 2 \times 9 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$ ou à la calculatrice 126 [EXE] [Decomp]. **Réponse C.**
- Il y a $17+23 = 40$ jetons rouges ou jaunes et au total $40+20 = 60$ jetons. Donc la probabilité est $\frac{40}{60}$, soit $\frac{2}{3}$. **Réponse A.**
- Par rapport à O, le symétrique de D est H et le symétrique de C est G, donc le symétrique de [DC] est [HG]. **Réponse B.**
- $V=L \times l \times h$ donc $V = 2 \times 1,5 \times 1,3 = 3 \times 1,3 = 3,9 \text{ m}^3$, soit $3,9 \times 1\,000 = 3\,900 \text{ L}$. **Réponse B.**

Exercice 2 (15 points)

- $324 = 2 \times 162 = 2 \times 2 \times 81 = 2 \times 2 \times 3 \times 27 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 9 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ donc **$324 = 2^2 \times 3^4$** .
 - $180 = 2 \times 90 = 2 \times 2 \times 45 = 2 \times 2 \times 5 \times 9 = 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3$ donc **$180 = 2^2 \times 5 \times 3^2$** .
- Donc $324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 18 \times 18$ et $180 = 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3 = 10 \times 18$ donc 18 est un diviseur commun plus grand que 10.
De plus $324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 36 \times 9$ et $180 = 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3 = 36 \times 5$ donc 36 est un autre diviseur commun plus grand que 10.
Donc **deux diviseurs communs aux nombres 324 et 180 plus grands que 10 sont 18 et 36.**
- $324 \div 15 = 21,6$ donc on ne peut pas partager le nombre de mascottes JO en 15 lots, donc **le vendeur ne peut pas faire 15 lots.**
 - Le nombre maximal de lots est le plus grand diviseur commun à 324 et 180.
Or d'après la question 2), $324 = 36 \times 3 \times 3$ et $180 = 36 \times 5$ donc il ne reste que 3 et 5 comme diviseurs premiers possibles mais ils ne sont pas communs à 324 et 180, donc 36 est ce plus grand diviseur commun.
Donc **il pourra réaliser au plus 36 lots.**
- D'après le 2), $324 = 36 \times 9$ et $180 = 36 \times 5$ donc **les lots seront composés de 9 mascottes JO et 5 mascottes JP.**

Exercice 3 (20 points)

	1) a)		1) b)	2)
Programme A		Programme B		
• Choisir un nombre	-3	• Choisir un nombre	5,5	x
• Multiplier ce nombre par -2	$(-3) \times (-2) = 6$	• Soustraire 5 à ce nombre	$5,5 - 5 = 0,5$	$x - 5$
• Ajouter 5 à ce résultat.	$6 + 5 = 11$	• Multiplier le résultat par 3	$0,5 \times 3 = 1,5$	$(x - 5) \times 3 = 3x - 15$
		• Ajouter 11 au résultat.	$1,5 + 11 = 12,5$	$3x - 15 + 11 = 3x - 4$

3) D'après la question 2), les programmes A et B donnent le même résultat si $-2x + 5 = 3x - 4$

Soit $-5x = -9$ donc $x = \frac{9}{5}$ ou 1,8. Donc **les programmes donnent le même résultat si on choisit 1,8 au départ.**

Exercice 4 (20 points)

Affirmation 1 :

Il s'agit d'un prisme droit (moitié d'un pavé droit)

Nommons quelques sommets sur le schéma :

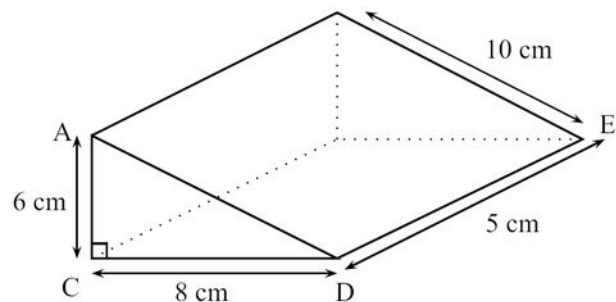
Ainsi $V = B \times h$ avec B aire de la base et h hauteur

$$B = \frac{AC \times CD}{2} = 6 \times 8 = 24 \text{ cm}^2.$$

$$h = DE = 5 \text{ cm}.$$

$$\text{Donc } V = 24 \times 5 = 120 \text{ cm}^3.$$

$24\,000 \neq 120$ donc **affirmation fausse.**



Affirmation 2 :

$$\frac{2}{9} + \frac{9}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{9} + \frac{9}{40} = \frac{2 \times 40}{9 \times 40} + \frac{9 \times 9}{40 \times 9} = \frac{80}{360} + \frac{81}{360} = \frac{161}{360} \text{ qui est irréductible (calculatrice par ex).}$$

Ce n'est pas $\frac{4}{15}$ donc **affirmation fausse.**

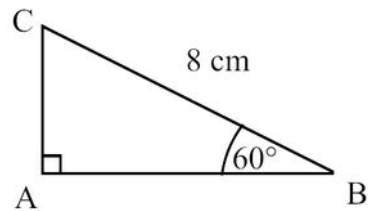
Affirmation 3 :

Dans ce triangle ABC rectangle en A,

$$\cos(\widehat{CAB}) = \frac{AB}{BC} \quad \text{donc} \quad \cos(60^\circ) = \frac{AB}{8}$$

d'où $AB = 8 \times \cos(60^\circ)$ et $AB = 8 \times 0,5$ donc $AB = 4$ cm.

Donc **affirmation vraie.**



Affirmation 4 :

$f: x \mapsto 5 - 3x$ donc $f(-1) = 5 - 3 \times (-1) = 5 + 3 = 8$. Comme $2 \neq 8$, **affirmation fausse.**

Affirmation 5 :

Les droites (GR) et (ME) se coupent en A

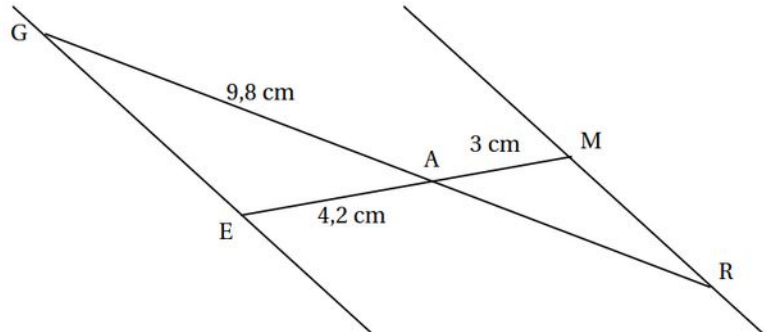
et (GE) // (MR) donc, d'après la propriété de Thalès

$$\frac{AM}{AE} = \frac{AR}{AG} = \frac{MR}{EG} \quad \text{donc} \quad \frac{3}{4,2} = \frac{AR}{9,8} = \frac{MR}{EG}$$

$$\frac{3}{4,2} = \frac{AR}{9,8} \quad \text{donc} \quad AR = \frac{9,8 \times 3}{4,2} = 7 \text{ cm.}$$

Donc $GR = GA + AR = 9,8 + 7 = 16,8$ cm

$16,5 \neq 16,8$ donc **affirmation fausse.**



Exercice 5 (25 points)

Schéma annoté :

Partie A : Étude du toboggan

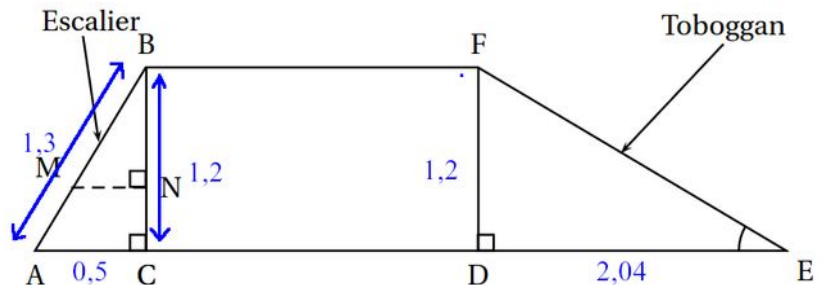
1) Dans le triangle DEF rectangle en D, $\tan(\widehat{FED}) = \frac{DF}{DE}$

$$\text{donc} \quad \tan(\widehat{FED}) = \frac{1,2}{2,04} \approx 0,59 \quad \text{donc} \quad \tan(\widehat{FED}) > 0,5$$

Donc **le toboggan de cette cabane est sécurisé.**

2) Dans le triangle DEF rectangle en D, d'après la propriété de Pythagore, $EF^2 = ED^2 + DF^2$ donc $EF^2 = 1,2^2 + 2,04^2 = 5,6016$

donc $EF = \sqrt{5,6016} \approx 2,366$ donc **la rampe mesure bien environ 2,37 m.**



Partie B : Étude de l'échelle

1) On sait que (MN) et (AC) sont perpendiculaires à la même droite (BC) donc **(MN) et (AC) sont parallèles.**

2) Les droites (AM) et (CN) se coupent en B et (MN) // (AC) donc d'après la propriété de Thalès, $\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$

$$\text{soit} \quad \frac{BM}{1,3} = \frac{0,84}{1,2} = \frac{MN}{0,5} \quad \text{donc} \quad \frac{0,84}{1,2} = \frac{MN}{0,5} \quad \text{et ainsi} \quad MN = \frac{0,5 \times 0,84}{1,2} = 0,35. \quad \text{Donc} \quad \mathbf{MN = 0,35 \text{ m.}}$$

Partie C : Étude du bac à sable

1) $V = L \times l \times h$ donc $V = 200 \times 180 \times 20 = 720\,000$ donc **$V = 720\,000 \text{ cm}^3$.**

2) Passons le volume en m^3 : $V = 720\,000 \text{ cm}^3 = 720 \text{ dm}^3 = 0,72 \text{ m}^3$.

Un ratio de 3:2 indique un partage en 5 parts égales, 3 pour le sable à maçonner et 2 pour le sable fin.

$$\text{Donc pour le sable à maçonner, } V_m = \frac{3}{5} \times 0,72 = 0,432 \quad \text{et pour le sable fin, } V_f = \frac{2}{5} \times 0,72 = 0,288.$$

Donc **le volume nécessaire de sable à maçonner est de $0,432 \text{ m}^3$ et celui de sable fin est de $0,288 \text{ m}^3$.**

3)	Sable à maçonner	Sable fin
	Pour les $0,432 \text{ m}^3$, il faut 20 sacs car $0,432 \div 0,022 \approx 19,6$ ce qui revient à 59 € car $20 \times 2,95 = 59$.	Pour les $0,288 \text{ m}^3$, il faut 18 sacs car $0,288 \div 0,016 = 18$ ce qui revient à 107,10 € car $18 \times 5,95 = 107,10$.

$59 + 107,10 = 166,10$ donc **le coût total est en sable est 166,10 €.**