Exercice 1

1. Les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires à la droites (AB).
Par conséquent les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

2. Dans les triangles EAC et EBD :
– le point E appartient aux segments $[AB]$ et $[CD]$
– les droites (AC) et (BD) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès :
$$\frac{EC}{ED} = \frac{EA}{EB} = \frac{AC}{BD}$$
Donc $\dfrac{20}{5} = \dfrac{AC}{1}$
Ainsi $AC = 4$.
La largeur de la rivière est de 4 pas.

3. Dans le triangle ACE rectangle en A on applique le théorème de Pythagore.
$$\begin{aligned} CE^2 &= AC^2 + AE^2 \\ &= 4^2 + 20^2 \\ &= 16 + 400 \\ &= 416 \end{aligned}$$
Donc $CE = \sqrt{416}$ pas
Ainsi $CE = 0,65 \times \sqrt{416} \approx 13,3$ m

4. **a.** La vitesse du bâton est :
$$\begin{aligned} v &= \frac{CE}{5} \\ &= \frac{0,65\sqrt{416}}{5} \\ &= 0,13\sqrt{416} \\ &\approx 2,65 \text{ m/s} \end{aligned}$$
En prenant $CE \approx 13,3$ on obtient $v \approx \dfrac{13,3}{5}$ soit $v \approx 2,66$ m/s.

b. 10 km/h $= 10 \times \dfrac{1\,000}{3\,600} m/s \approx 2,78$m/s
L'affirmation «le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10 km/h» est donc exacte.

Exercice 2

1. La figure 2 est l'image de la figure 1 par la translation qui transforme A en A'.
Réponse A

2. Graphiquement on a $g(1) = 2$.
Donc 1 est l'antécédent de 2 par la fonction g.
Réponse B

3. On a :
$$\begin{aligned} f(3) &= 3 \times 3^2 - 7 \\ &= 3 \times 9 - 7 \\ &= 27 - 7 \\ &= 20 \end{aligned}$$
Réponse B

4. On réordonne la série dans l'ordre croissant :
$$\cancel{3,41} ; \cancel{3,7} ; \cancel{4,01} ; 4,\cancel{28} ; \cancel{4,3} ; \cancel{4,62} ; 4,91 ; \cancel{5,15} ; \cancel{5,25} ; \cancel{5,42} ; \cancel{5,82} ; \cancel{6,07} ; \cancel{6,11}$$
$\dfrac{13}{2} = 6,5$: la médiane est donc la $7^{\text{ème}}$ valeur soit $4,91$.
Réponse B

5. $\dfrac{6,3}{2,1} = 3$. Toutes les longueurs du triangle LAC ont été multipliées par 3 pour obtenir le triangle BUT.
Son aire est donc multipliée par 3^2 soit 9.
Réponse C

Exercice 3

1. **a.** 9 n'est pas un nombre premier : ce n'est pas la proposition 1.
21 n'est pas un nombre premier : ce n'est pas la proposition 2.
$2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$.
La décomposition en produit de facteurs premiers de 252 est donc obtenue avec la proposition 3.

b. On a :
$$\begin{aligned} 156 &= 2 \times 78 \\ &= 2 \times 2 \times 39 \\ &= 2^2 \times 3 \times 13 \end{aligned}$$
La décomposition en produit de facteurs premiers de 156 est $2^2 \times 3 \times 13$.

2. **a.** 156 n'est pas divisible par 36 car $\dfrac{156}{36} \approx 4,33$.
Elle ne peut donc pas faire 36 paquets.

b. $252 = \underline{2^2 \times 3^2} \times 7$ et $156 = \underline{2^2 \times 3} \times 13$.
Ainsi le plus grand diviseur commun à 252 et 156 est $2^2 \times 3 = 12$.
Elle peut donc réaliser au maximum 12 paquets.

c. $\dfrac{252}{12} = 21$ et $\dfrac{156}{12} = 13$.
Il y aura alors 21 cartes de type « feu » et 13 cartes de type « terre » par paquet.

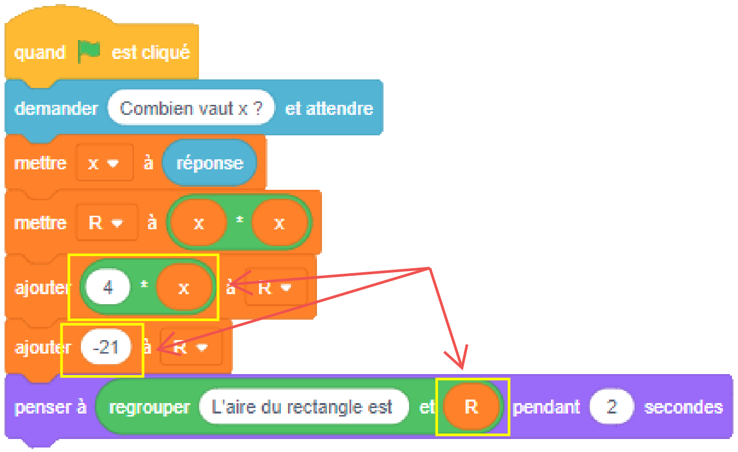
3. Il y a $252 + 156 = 408$ cartes dans le jeu.
La probabilité que la carte tirée soit du type « terre » est donc égale à $\dfrac{156}{408}$ qu'on peut simplifier en $\dfrac{13}{34}$.
soit environ 38 %.

Exercice 4

1. L'aire du carré est $\boxed{\mathscr{A}_c = x^2}$.

2. L'aire du rectangle est :
$$\begin{aligned}\mathscr{A}_r &= (x-3)(x+7)\\ &= x^2 + 7x - 3x - 21.\\ &= \boxed{x^2 + 4x - 21}\end{aligned}$$

3. On obtient :



5 :
6 :
7 :

4. $8^2 + 4 \times 8 - 21 = 75$.
Le programme renvoie donc la valeur 75.

5. On veut résoudre l'équation $x^2 = x^2 + 4x - 21$ soit $4x - 21 = 0$ ou encore $4x = 21$.
Il faut donc que x soit égal à $\dfrac{21}{4}$ ou 5,25.

Exercice 5

1. En une journée il y a $24 \times 60 \times 60 = 86\,400$ s.
Il s'écoule une goutte par seconde.
Il tombe donc $86\,400$ gouttes dans la vasque en une journée.

2. En une semaine il tombe $86\,400 \times 7 = 604\,800$ gouttes.
$\dfrac{604\,800}{20} = 30\,240$.
Le volume d'eau tombé dans la vasque en une semaine est égal à $30\,240$ ml soit $30,24$ litres.

3. Le volume de la vasque est :
$$\begin{aligned}V &= \pi \times 20^2 \times 15\\ &= 6\,000\pi\\ &\approx 18\,849,56\ \text{cm}^3\\ &\approx \boxed{18,85\ \text{l}}\end{aligned}$$

4. $30,24 > 18,85$: l'eau va déborder de la vasque.

5. $\dfrac{148 - 165}{165} \approx -0,10$.
La consommation d'eau a baissé d'environ 10% entre 2004 et 2018.