Eléments de correction - Epreuve commune 3ème - Janvier 2009

I : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES.

Exercice 1:

1) A = 10−[−2×(2−3)+5]
A = 10-[−2×(-1)+5]
A = 10-[2+5]
A = 10-7 = 3.
L'opposé de A est -3.

2) $B = \dfrac{\dfrac{-3}{4}+\dfrac{2}{4}}{\dfrac{4}{10}-\dfrac{25}{10}} = \dfrac{\dfrac{-1}{4}}{\dfrac{-21}{10}}$

$B = \dfrac{-1}{4}\times\dfrac{-10}{21} = \dfrac{10}{84}$ $\boxed{B = \dfrac{5}{42}}$

Exercice 2:

1) $C = 2x^2+5x-2x-5-(x^2-2x+1)$
$C = 2x^2+5x-2x-5-x^2+2x-1$
$\boxed{C = x^2+5x-6}$

2) $C = (x-1)[\ (2x+5)-(x-1)]$
$C = (x-1)(2x+5-x+1)$
$\boxed{C = (x-1)(x+6)}$

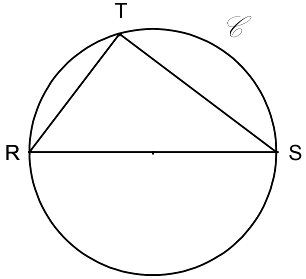
3) On remplace x par 2 dans le 1) :
$C = 2^2+\ \ 5\times2\ \ -6$
$C = 4+10-6 = \boxed{8}$

Exercice 3:

1) $4x^2-6x$
2) $(x-10)(x+10)$
3) 4 et $-\dfrac{7}{2}$
4) 1 140 €

Exercice 4:

Le nombre est divisible par 2,3,5 et 11 donc c'est un multiple de 2×3×5×11 soit 330.
0×330=300;1×330=330;2×330=660...
Ces multiples sont 0, plus petit que 100, ou plus grands que 400.
Ainsi seul $\boxed{330}$ convient.



II : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES.

Exercice 1:

1) *Si un triangle est inscrit dans un (demi-)cercle de diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.*
T est inscrit dans le cercle de diamètre [RS]
donc RST est rectangle en T.

2) Dans le triangle RST rectangle en T d'après la propriété de Pythagore ,
RS² = RT² + TS²
10² = 6² + TS²
TS² = 100 – 36
TS² = 64
TS = $\sqrt{64}$ = 8 cm.

$\mathcal{A}(RST) = \dfrac{b\times h}{2} = \dfrac{TR\times TS}{2} = \dfrac{6\times8}{2}$

$\boxed{\mathcal{A}(RST) = 24\text{ cm}^2.}$

3) Les longueurs sont à l'échelle, donc multipliées par $\dfrac{1}{4}$ ou divisées par 4 :

$\dfrac{1}{4}\times6=\dfrac{3}{2}=1{,}5$ et $\dfrac{1}{4}\times8=2$. $\mathcal{A}(\text{figure réduite}) = \dfrac{1{,}5\times2}{2} = \boxed{1{,}5\text{ cm}^2}$

Exercice 2:

1) Dans le triangle OAB , $D\in[OB]$; $C\in[OA]$;(AB) //(CD)
D'après le théorème de Thalès ,on a

$\dfrac{OC}{OA} = \dfrac{OD}{OB} = \dfrac{CD}{AB}$

$\dfrac{3}{3{,}5} = \dfrac{OD}{4{,}9} = \dfrac{1{,}8}{AB}$

d'où $OD = \dfrac{3\times4{,}9}{3{,}5}$ $\boxed{OD = 4{,}2\text{ cm}}$

$AB = \dfrac{3{,}5\times1{,}8}{3}$ $\boxed{AB = 2{,}1\text{ cm.}}$

2) Les points B,O,F et A,O,E sont alignés dans le même ordre,

$\dfrac{OF}{OB} = \dfrac{2{,}8}{4{,}9}$ et $\dfrac{OE}{OA} = \dfrac{2}{3{,}5}$

$2{,}8\times3{,}5=9{,}8$ et $2\times4{,}9=9{,}8$

Les produits en croix sont égaux

donc $\dfrac{OF}{OB} = \dfrac{OE}{OA}$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, (EF) // (AB)

III : PROBLÈME.

1ère partie:

1) AC² = 20² = 400 et
AB² + BC² = 12² + 16²
= 144 + 256 = 400
Donc AC² = AB² + BC².
Donc, d'après la réciproque de Pythagore , le triangle ABC est rectangle en B.

2) $\mathcal{A}(ABC) = \dfrac{b\times h}{2}$

$\mathcal{A}(ABC) = \dfrac{AB\times BC}{2}$

$\mathcal{A}(ABC) = \dfrac{12\times16}{2}$

$\mathcal{A}(ABC) = \boxed{96\text{ cm}^2}$

3) *Si deux droites sont perpendiculaires à la même troisième alors elles sont parallèles (entre elles).*
$(AB)\perp(BC)$ et $(EF)\perp(BC)$
donc (AB) // (EF)

2ème partie:

1) Dans le triangle ABC, $E\in[AC]$; $F\in[BC]$ et (AB) // (EF). Donc d'après le propriété de Thalès,

$\dfrac{CE}{CA} = \dfrac{CF}{CB} = \dfrac{EF}{AB}$ soit $\dfrac{CE}{20} = \dfrac{4}{16} = \dfrac{EF}{12}$

d'où $EF = \dfrac{4\times12}{16}$ $\boxed{EF = 3\text{ cm.}}$

2) $\mathcal{A}(EBC) = \dfrac{b\times h}{2}$

$= \dfrac{EF\times BC}{2}$

$= \dfrac{3\times16}{2} = \boxed{24\text{ cm}^2.}$

3ème partie.

1) Dans ABC, $E\in[AC]$
$F\in[BC]$ (AB) // (EF)
D'après la propriété de Thalès,

$\dfrac{CE}{CA} = \dfrac{CF}{CB} = \dfrac{EF}{AB}$

$\dfrac{CE}{20} = \dfrac{x}{16} = \dfrac{EF}{12}$

$EF = \dfrac{x\times12}{16} = \boxed{\dfrac{3}{4}x\ \text{cm}^2}$

2) $\mathcal{A}(EBC) = \dfrac{b\times h}{2}$

$= \dfrac{EF\times BC}{2} = \dfrac{\dfrac{3x}{4}\times16}{2}$

$= \dfrac{48}{8}x$ $\mathcal{A}(EBC) = \boxed{6x\text{ cm}^2}$

3) On doit résoudre l'équation : 6*x* = 33

$x = \dfrac{33}{6}$ d'où $\boxed{x = 5{,}5\text{ cm.}}$

4) $\mathcal{A}(EAB) = \mathcal{A}(ABC) - \mathcal{A}(EBC) = 96 - 6x$
On doit résoudre :
$96 - 6x = 2\times6x$
$96 - 6x = 12x$
$96 = 18x$
$x = \dfrac{96}{18} = \boxed{\dfrac{16}{3}(\approx 5{,}33\,cm)}$