

**MATHÉMATIQUES**

Série Collège

Durée de l'épreuve : 2h00

**Le candidat répondra sur une copie anonymée.**

Le sujet comporte 3 pages numérotées 1/3 à 3/3.  
Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'usage de la calculatrice est autorisé,  
dans le cadre de la réglementation en vigueur.

I – Activités numériques	12 points
II – Activités géométriques	12 points
III – Problème	12 points
Qualité de rédaction et présentation	4 points

**Sujet inspiré de sujets réels récents.**

**I – Activités Numériques**

**Exercice 1**

Le professeur choisit trois nombres entiers relatifs consécutifs rangés dans l'ordre croissant. Leslie calcule le produit du troisième nombre par le double du premier. Jonathan calcule le carré du deuxième nombre puis il ajoute 2 au résultat obtenu.

1. Leslie a écrit le calcul suivant :  $11 \times (2 \times 9)$

Jonathan a écrit le calcul suivant :  $10^2 + 2$

a. Effectuer les calculs précédents.

b. Quels sont les trois entiers choisis par le professeur ?

2. Le professeur choisit maintenant trois nouveaux entiers. Leslie et Jonathan obtiennent alors tous les deux le même résultat.

a. Le professeur a-t-il choisi 6 comme deuxième nombre ?

b. Le professeur a-t-il choisi  $-7$  comme deuxième nombre ?

c. Arthur prétend qu'en prenant pour inconnue le deuxième nombre entier (qu'il appelle  $n$ ), l'équation  $n^2 = 4$  permet de retrouver le ou les nombres choisis par le professeur.

A-t-il raison? Expliquer votre réponse en expliquant comment il a trouvé cette équation, puis donner les valeurs possibles des entiers choisis.

**Exercice 2**

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse correcte rapporte 1 point. L'absence de réponse ou une réponse fautive ne retire aucun point.

Indiquer sur la copie, le numéro de la question et la réponse.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	Quelle est la forme factorisée de $(x + 1)^2 - 9$ ?	$(x - 2)(x + 4)$	$x^2 + 2x - 8$	$(x - 8)(x + 10)$
2.	Que vaut $5^n \times 5^m$ ?	$5^{nm}$	$5^{n+m}$	$25^{n+m}$
3.	A quelle autre expression $\frac{7}{3} - \frac{4}{3} \div \frac{5}{2}$ est-il égal ?	$\frac{3}{3} \div \frac{5}{2}$	$\frac{7}{3} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$	$\frac{27}{15}$
4.	Quel nombre est en écriture scientifique ?	$17,3 \times 10^{-3}$	$0,97 \times 10^7$	$1,52 \times 10^3$

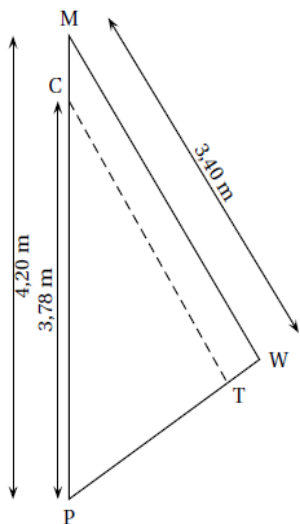
### Exercice 3

On donne  $A = (x-3)^2 + (x-3)(1-2x)$

- Développer et réduire A.
- Prouver que l'expression factorisée de A est  $(x-3)(-x-2)$ .
- Calculer A pour  $x = -5$ .
- Résoudre l'équation  $A = 0$ .

## II – Activités Géométriques

### Exercice 1

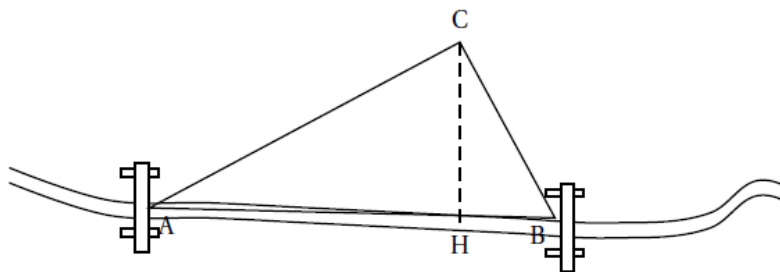


Un centre nautique souhaite effectuer une réparation sur une voile.  
La voile a la forme du triangle PMW ci-contre.

- On souhaite faire une couture suivant le segment [CT].
  - Si (CT) est parallèle à (MW), quelle sera la longueur de cette couture ?
  - La quantité de fil nécessaire est le double de la longueur de la couture.  
Est-ce que 7 mètres de fil suffiront ?
- Une fois la couture terminée, on note les mesures :  $PT = 1,88$  m et  $PW = 2,30$  m.  
La couture est-elle parallèle à (MW) ?

### Exercice 2

Pour traverser une rivière, en voiture, on peut emprunter deux ponts A et B distants de 10 km. Le village Coco représenté par un point C est à 8 km du pont A et 6 km du pont B. (Cette figure n'est pas en vraie grandeur)



On note H le pied de la hauteur issue du sommet C dans le triangle ABC.

- En prenant 1 cm pour représenter 1 km, tracer le triangle ABC et placer le point H.

**À présent on travaille avec la figure que vous venez de construire.**

- Montrer que ABC est un triangle rectangle.
- On souhaite déterminer l'aire du triangle rectangle ABC.
  - Parmi les trois formules proposées ci-dessous, deux sont correctes, lesquelles ? Les recopier sur votre copie.

$$\frac{AC \times BC}{2} ; \frac{AB \times CH}{2} ; \frac{AH \times CH}{2}$$

- Calculer alors cette aire en  $\text{cm}^2$ .
- En déduire la distance réelle CH de ce village à la rivière. *Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*
  - Le mathématicien Héron d'Alexandrie (1er Siècle) a trouvé une formule permettant de calculer l'aire d'un triangle : en notant  $a, b, c$  les longueurs des 3 côtés et  $p$  son périmètre, l'aire  $\mathcal{A}$  du triangle est donnée par la formule:

$$\mathcal{A} = \sqrt{\frac{p}{2} \left( \frac{p}{2} - a \right) \left( \frac{p}{2} - b \right) \left( \frac{p}{2} - c \right)}$$

Calculer à l'aide de cette formule l'aire du triangle ABC.

## III – Problème

*Les 3 parties sont indépendantes.*

### 1ère Partie

À l'approche des grandes vacances, Teva s'organise un plan lecture au soleil. Il se renseigne sur les tarifs d'emprunt des livres de la médiathèque de son lieu de séjour. Il a le choix entre 2 formules :

- Formule A : payer une participation de 0,50 € par livre emprunté
- Formule B : acheter une carte « pass » annuelle à 7,50 € et payer une participation de 0,20 € par livre emprunté.

- Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombres de livres empruntés	10	30	
Prix à payer avec la formule A en €			22,5
Prix à payer avec la formule B en €			

2. Déterminer pour quel nombre de livres empruntés les formules A et B donnent le même prix.

### 2ème Partie

Ludivine veut préparer des playlists pour son voyage d'été. Elle s'abonne pour cela à un site de téléchargement légal.

On admet qu'un morceau de musique représente 3 Mo de mémoire.  
(1 Mo = 1 mégaoctet)

1. Combien de morceaux de musique peut-on télécharger sur une clé USB d'une capacité de stockage de 256 Mo ?

La vitesse de téléchargement d'un morceau de musique sur le site est de 10 Mo/s. (mégaoctet par seconde)

2. Combien de morceaux peut-on télécharger en deux minutes ?

Les créateurs du site réalisent une enquête de satisfaction auprès des internautes clients. Ils leur demandent d'attribuer une note sur 20 au site.

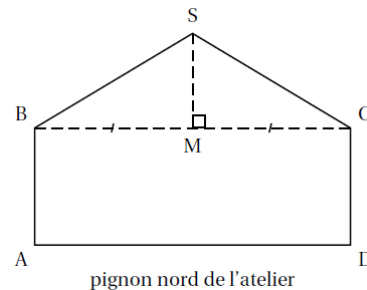
Le tableau suivant donne les notes de 50 internautes.

Note	6	8	10	12	14	15	17
Effectif	1	5	7	8	12	9	8

3. Calculer la note moyenne obtenue par le site. Arrondir à l'unité.

### 3ème Partie

Profitant de ses vacances, Monsieur Duchêne veut barder (recouvrir) de bois le pignon nord de son atelier. Ce pignon ne comporte pas d'ouverture.  
On donne:  $AD = 6$  m;  $AB = 2,20$  m et  $SM = 1,80$  m.  
M est le milieu de [BC].



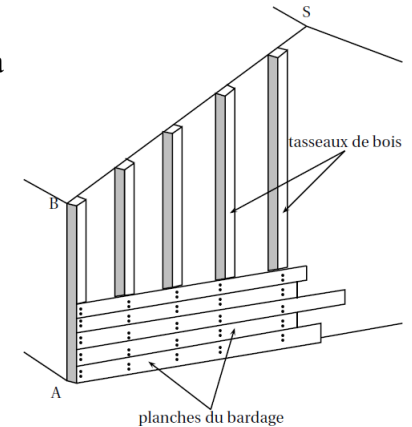
#### L'achat

1. Montrer que l'aire du pignon ABCD de l'atelier est de  $18,6$  m<sup>2</sup>.  
2. Les planches de bois qui serviront à barder le pignon sont conditionnées par lot. Un lot permet de couvrir une surface de  $1,2$  m<sup>2</sup>.

- a. Combien de lots monsieur Duchêne doit-il acheter au minimum?  
b. Pour être sûr de ne pas manquer de bois, monsieur Duchêne décide d'acheter 18 lots. Un lot est vendu au prix de 49 €. Combien monsieur Duchêne devrait-il payer ?  
c. Monsieur Duchêne a bénéficié d'une remise « travaux de vacances » : 12% sur la somme à payer. Finalement, combien Monsieur Duchêne a-t-il payé ?

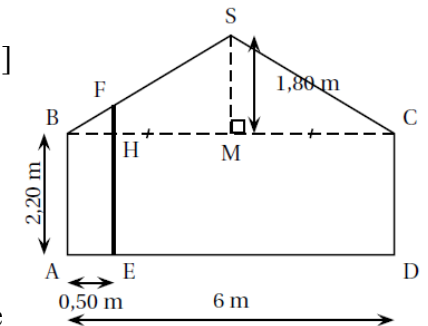
#### La découpe

Dans un premier temps, Monsieur Duchêne va devoir fixer des tasseaux de bois sur le mur. Ensuite, il placera les planches du bardage sur les tasseaux, comme indiqué sur la figure ci-contre.



Les tasseaux seront placés parallèlement au côté [AB].

Soit E un point du segment [AD]. La parallèle à (AB) passant par E coupe [BS] en F, et [BM] en H. On admet que la droite (FH) est parallèle à la droite (SM). Le segment [EF] représente un tasseau à fixer.



3. M étant le milieu de [BC], calculer BM.  
4. Le tasseau [EF] est placé à 0,50 m du côté [AB]. On a donc :  $AE = BH = 0,50$  m.  
a. En se plaçant dans le triangle SBM et en utilisant le théorème de Thalès, calculer FH.  
b. En déduire la longueur EF du tasseau