Eléments de correction de l'épreuve commune de mathématiques d'avril 2009.

I : Activités numériques.

Exercice 1:

1) A = $\frac{1}{5}-\frac{3}{5}\times\frac{7}{12} = \frac{1}{5}-\frac{21}{60} = \frac{12}{60}-\frac{21}{60} = \frac{-9}{60} = \boxed{\frac{-3}{20}}$

2) B = $4\sqrt{9\times5}+2\sqrt{5}-\sqrt{100\times5} = 12\sqrt{5}+2\sqrt{5}-10\sqrt{5} = \boxed{4\sqrt{5}}$

2) C = $\frac{4\times12}{3}\times10^{14-11} == 16\times10^{3} = \boxed{1{,}6\times10^{4}}$

Exercice 2:

1) D = $16x^2 - 8x + 1 + 4x^2 - x + 12x - 3 = \boxed{20x^2 + 3x - 2}$

2) D = $(4x - 1)[(4x - 1) + (x + 3)]=(4x - 1)(4x - 1 + x +3)= \boxed{(4x - 1)(5x + 2)}$

3) Si AxB =0 alors soit A =0 ou soit B =0
Soit $4x - 1 = 0$ ou soit $5x + 2 = 0$
$x = \frac{1}{4}$ ou $x = \frac{-2}{5}$

Exercice 3:

1) Le nombre maximum de lots est le plus grand nombre qui doit diviser à la fois 4897 et 1475: c'est donc le PGCD de 4897 et de 1475. On utilise la méthode des divisions successives.
PGCD(4897;1475) = PGCD(1475;472) car 4897 = $1475\times3+472$
PGCD(4897;1475) = PGCD(472;59) car 1475 = $472\times3+59$
PGCD(4897;1475) = PGCD(59;0) car 472 = $59\times8+0$
PGCD(4897;1475) = 59 Le pére Noël pourra offrir 59 lots.

2) 4897:59 = 83 ;1475 : 59 = 25 . Chaque lot comportera 83 figurines et 25 poupées.

Exercice 4: Soit x le nombre cherché.

On a : $3x + 7 =34$ puis $3x = 34 - 7$ puis $3x = 27$ puis $x = \frac{27}{3}$ puis $\boxed{x = 9}$

Le nombre cherché est 9.

II : Activités Géométriques.

Exercice 1 :

1) V(SABCD) = $\frac{B\times h}{3} = \frac{(4\times3)\times6}{3} \boxed{= 24 \quad cm^3}$

2) Dans le triangle ABC rectangle en B , d'après le théorème de Pythagore on a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$
Soit $AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$ d'où AC = $\sqrt{25}$ = 5 cm.

3) AO = $\frac{AC}{2} = \frac{5}{2}$ $\boxed{= 2{,}5 \text{ cm.}}$
Dans le triangle SAO rectangle en O , d'après le théorème de Pythagore on a : $SA^2 = AO^2 + SO^2$
Soit $SA^2 = 2{,}5^2 + 6^2 = 42{,}25$ d'où SA = $\sqrt{42{,}25}$ $\boxed{= 6{,}5 \text{ cm.}}$

Exercice 2 :

Question 1 : réponse A

Question 2 : réponse B

Question 3 : réponse D

Question 4 : réponse A

Question 5 : réponse D

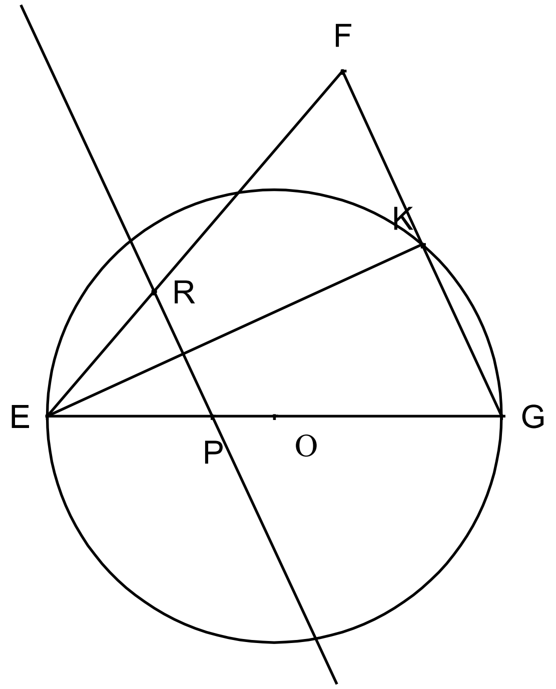
Question 6 : réponse D

Question 7 : réponse D

Question 8 : réponse B

III : Problème.

1ère partie:



1) Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés alors ce triangle est rectangle.
Comme EKG est inscrit dans le cercle de diamètre [EG] alors EKG est rectangle en K

2) Dans le triangle EKG rectangle en K , d'après le théorème de Pythagore , ona :

$EG^2 = EK^2 + KG^2$
soit $6^2 = EK^2 + 2,5^2$
d'où $EK^2 = 36 – 6,25$
$EK^2 = 29,75$

$EK = \boxed{\sqrt{29,75} \approx 5,4 \text{ ou } 5,5 \text{ cm}}$

3) Comme F est le symétrique de G par rapport à K alors KF = KG = 2,5 cm.
Dans le triangle EKF rectangle en K d'après le théorème de Pythagore, on a: $EF^2 = EK^2 + KF^2$
Soit $EF^2 = 29,75 + 2,5^2$ d'où $EF^2 = 29,75 + 6,25 = 36$ d'où $EF^2 = 36$ d'où $EF = \sqrt{36} = 6$ cm.
Comme EF = EG = 6 cm , le triangle EFG est isocèle en E.

4) $A(EFG) = \dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{5 \times \sqrt{29,75}}{2} \approx \boxed{13,6 \text{ cm}^2.}$

5) Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au troisième côté.
Comme O est le milieu de [EG] et que K est le milieu de [FG] alors (OK) est parallèle à (EF).

(On peut aussi utiliser la réciproque du théorème de Thalès dans le triangleEFG en calculant :
GO/GE = 3/6 = 0,5 et GK/GF = 2,5/5 = 0,5 etc ....)

2ème partie:

1) EPR est un triangle isocèle en E donc ER = x cm.
2) Dans les triangles EFG et EPR , $P \in [EG]$; $R \in [EF]$;(PR) est parallèle à (FG) alors d'après le théorème de Thalès ,on a: $\dfrac{ER}{EF} = \dfrac{EP}{EG} = \dfrac{PR}{FG}$ Soit : $\dfrac{x}{6} = \dfrac{x}{6} = \dfrac{PR}{5}$

d'où $PR = \dfrac{5 \times x}{6} = \boxed{\dfrac{5}{6} x}$

3) $P(EPR) = EP + PR + ER = x + \dfrac{5}{6}x + x = \dfrac{6}{6}x + \dfrac{5}{6}x + \dfrac{6}{6}x = \boxed{\dfrac{17}{6} x \text{ cm}}$

4) On doit avoir $\dfrac{17}{6} x = 12,75$

Soit $x = 12,75 : \dfrac{17}{6}$

$x = 12,75 \times \dfrac{6}{17}$

$\boxed{x = 4,5 \text{ cm.}}$

Donc si P est à 4,5 cm de E alors le périmètre du triangle EPR sera égal à 12,75 cm.