Éléments de correction - Mathématiques - Avril 2010

Activités numériques

Exercice 1:

1) $E = \frac{2}{3}+\frac{17}{2}\times\frac{4}{3} = \frac{2}{3}+\frac{68}{6} = \frac{4}{6}+\frac{68}{6} = \frac{72}{6}$ **E=12**

$F = 8-3\sqrt{5}+4+\sqrt{45}=8-3\sqrt{5}+4+\sqrt{9\times5}=8-3\sqrt{5}+4-3\sqrt{5}$ **F=12**

donc **E=F**

2) On résout $(10^{-1}+a)\times10^2=12$ donc $100a=2$

ou encore $(0{,}1+a)\times100=12$ $a=\frac{2}{100}$

$10+100a=12$ d'où $\mathbf{a=0{,}02}$

$100a=12-10$

Exercice 2:

1.
H = 9 - ($4x^2 - 4x$+1)
= 9 – $4x^2$ + $4x$ – 1
H = - $4x^2$ + $4x$ + 8

2. H = 3² – (2x – 1)²
On reconnaît a²-b²=(a+b)(a-b)
H=[3+ (2x - 1)][3 - (2x – 1)]
H= [3+2x – 1][3 – 2x + 1]
H= (2 + 2x)(4 - 2x)

3. Si AxB=0
alors A=0 ou B=0.
Soit 2 + 2x = 0,
soit 4 – 2x = 0
Donc **x= - 1 ou x = 2**

Exercice 3:

x le prix d'un kilogramme de vernis et y le prix d'un litre de cire.

On a le système $\begin{array}{l} \\ \times2 \end{array}\begin{cases}6x+4y=95\\3x+3y=55{,}5\end{cases}$ $\begin{cases}6x+4y=95\\6x+6y=111\end{cases}$

Ce qui donne $2y$ = 16 soit ***y*=8**

On remplace y dans l'équation 1 : $6x+32=95$; $6x=63$ et ***x*=10,5**

Le système a pour solution (10,5 ; 8).

Un kilogramme de vernis coute 8 € et un litre de cire coute 10,50 €.

Exercice 4:

$470{,}6\times\frac{80}{100}=\frac{37648}{100}=376{,}48$

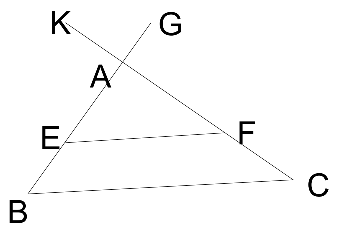
$\frac{376{,}48\times1}{1{,}3}=289{,}6$

Il y a **376,48 g de diazote** à l'intérieur d'un ballon de football.
Comme 1,3 g correspond à 1 litre, 376,48 g correspond à **289,6 L** de diazote à l'intérieur du ballon.

Activités Géométriques

Exercice 1:

1) Dans le triangle ABC, E appartient à (AB) , F appartient à(AC) et (EF) est parallèle à (BC)
donc d'après le théorème de Thalès



on a : $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}$

soit : $\frac{3}{5}=\frac{AF}{6{,}5}=\frac{4{,}8}{BC}$

d'où : $\frac{3}{5}=\frac{4{,}8}{BC}$

On fait le produit en croix. $BC=\frac{5\times4{,}8}{3}$ **BC=8 cm**

3) les points K,A,C et G,A,B sont alignés dans le même ordre

On a $\frac{AG}{AB}=\frac{2}{5}=0{,}4$ et $\frac{AK}{AC}=\frac{2{,}6}{6{,}5}=0{,}4$ donc $\frac{AG}{AB}=\frac{AK}{AC}$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, **(KG) // (BC)**

4) D'une part BC² =8² = 64 et d'autre part AB² + AC² = 5² + 6,5²= 67,25
donc BC²≠ AB² + AC². Toutes les conditions pour utiliser la réciproque du théorème de Pythagore ne sont pas vérifiées
donc **le triangle ABC n'est pas rectangle**.

Exercice 2:

1)Dans le triangle PMN rectangle en P ,on a :

$\tan\widehat{PMN}=\frac{NP}{MP}$ donc $\tan\widehat{PMN}=\frac{3{,}5}{6}$ d'où $\mathbf{\widehat{PMN}\approx30°}$

2) Dans le triangle MRS rectangle en S , on a :

$\sin\widehat{SMR}=\frac{RS}{RM}$; $\sin30°=\frac{RS}{5}$ soit $\mathbf{RS=5\times\sin30°\approx2{,}5\,km}$

3) $T=\frac{D}{V}=\frac{2{,}5}{15{,}5}$ $\mathbf{T\approx0{,}16\,h\approx9\,min\,36\,s}$

4) Sachant que la somme des 3 angles d'un triangle est égale à 180 °.

$\widehat{MRS}=180-(\widehat{RMS}+\widehat{MSR})=180-(30+90)=180-120=60°$

$\widehat{NRS}=\widehat{NRM}-\widehat{MRS}=180°-60°$ $\mathbf{\widehat{NRS}=120°}$

Problème

1ère partie

2) Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés alors ce triangle est rectangle.
Comme EKG est inscrit dans le cercle de diamètre [EG],
EKG est rectangle en K

3) Dans EKG rectangle en K , d'après la propriété de Pythagore,
EG² = EK² + KG²
6² = EK² + 2,5²
EK² = 36 – 6,25
EK² =29,75
$\mathbf{EK=\sqrt{29{,}75}\approx5{,}5\,cm}$

4) F est le symétrique de G par rapport à K donc KF=KG= 2,5 cm.
Dans EKF rectangle en K,
d'après le théorème de Pythagore,
EF² = EK² + KF²
EF² = 29,75 +2,5²
EF² = 36
EF = 6 cm
Ainsi EF = EG = 6 cm ,
donc le triangle **EFG est isocèle en E**.

5) $\mathscr{A}(EFG)=\frac{b\times h}{2}=\frac{FG\times EK}{2}=\frac{5\times\sqrt{29{,}75}}{2}$ $\mathbf{\mathscr{A}(EFG)\approx13{,}6\,cm^2}$

6) Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au troisième côté.
O est le milieu de [EG] et K est le milieu de [FG]
donc **(OK) // (EF)**

(On peut aussi utiliser la réciproque du théorème de Thalès dans EFG en calculant : GO/GE = 3/6 = 0,5 et GK/GF = 2,5/5 = 0,5 etc ....)

2ème partie

2) **EPR est un triangle isocèle en E** donc **ER = x cm.**

3) Dans le triangle EFG, $P\in[EG]$; $R\in[EF]$; (PR) // (FG)

donc d'après le théorème de Thalès, $\frac{ER}{EF}=\frac{EP}{EG}=\frac{PR}{FG}$

soit $\frac{x}{6}=\frac{x}{6}=\frac{PR}{5}$ d'où PR = $\frac{5\times x}{6}$ **PR= $\frac{5}{6}x$**

4) P(EPR) = EP+PR+ER $=x+\frac{5}{6}x+x=\frac{6}{6}x+\frac{5}{6}x+\frac{6}{6}x$

P*(EPR) = $\frac{17}{6}x$ *cm

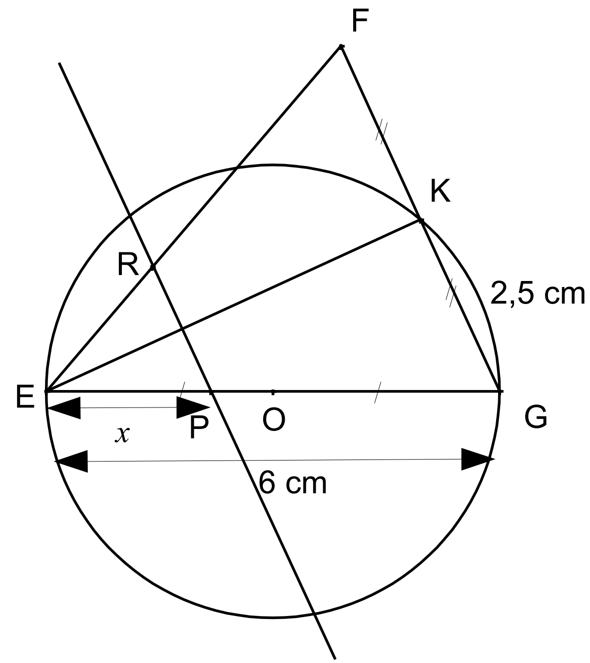
5) On doit avoir $\frac{17}{6}x$ = 12,75

x = 12,75 : $\frac{17}{6}$

x = 12,75$\times\frac{6}{17}$

***x* = 4,5 cm.**

Donc le périmètre du triangle EPR est égal à 12,75 cm quand x vaut 4,5 c'est-à-dire que P est à 4,5 cm de E.



Collège Val du Gy – Sujets/Eléments de corrections dans la rubrique Mathématiques du site http://college.valdugy.free.fr