

Examen Blanc type **Diplôme National du Brevet**

Session Avril 2012

Collège Val du Gy

MATHÉMATIQUES

Série Collège

Durée de l'épreuve : 2h00

Le candidat répondra sur une copie anonymée.

Le sujet comporte 3 pages numérotées 1/4 à 4/4.
Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'usage de la calculatrice est autorisé,
dans le cadre de la réglementation en vigueur.

I – Activités numériques	12 points
II – Activités géométriques	12 points
III – Problème	12 points
Qualité de rédaction et présentation	4 points

Sujet inspiré de sujets réels récents.

I – Activités Numériques

Exercice 1 : Joute calculatoire.

- On donne $B = \sqrt{27+5\sqrt{12}} - \sqrt{300}$.
 - Sophie pense que B peut s'écrire plus simplement sous la forme $3\sqrt{3}$.
Prouver que Sophie a bien raison.
 - Éric pense que Sophie a raison car, avec sa calculatrice, lorsqu'il calcule $\sqrt{27+5\sqrt{12}} - \sqrt{300}$, il trouve 5,196 152 423 et quand il calcule $3\sqrt{3}$, il trouve encore 5,196 152 423.
Que penser du raisonnement d'Eric ?
- On donne $C = \frac{10-9 \times 2}{2}$. Sophie et Éric calculent chacun C.
Sophie trouve 1 et Éric trouve -4. Qui a raison ? Justifier.

Exercice 2 : Ariane V

La fusée Ariane 5 est un lanceur européen qui permet de placer des satellites en orbite autour de la Terre.

- Lors de la première phase du décollage de la fusée, les deux propulseurs situés de part et d'autre du corps de la fusée permettent d'atteindre une altitude de 70 km en 132 secondes.
Calculez la vitesse moyenne, exprimé en m/s de la fusée durant la première phase du décollage. Convertir ce résultat en km/h.
- La vitesse de libération est la vitesse qu'il faut donner à un objet pour qu'il puisse échapper à l'attraction d'une planète. Cette vitesse notée v se calcule grâce à la formule suivante :

$$v = \sqrt{\frac{13,4 \times 10^{-11} \times M}{r+h}}$$

où M est la masse de la planète en kg (pour la Terre, on a : $M = 6 \times 10^{24}$ kg),
 r est son rayon en mètres (pour la Terre, on a : $r = 6,4 \times 10^6$ m),
 h est l'altitude de l'objet en mètres.
 v est alors exprimée en m/s.

Ariane 5 libère un satellite de télécommunication à l'altitude $h = 1,9 \times 10^6$ m.

- Calculer $r+h$.
- Quelle doit être la vitesse de la fusée à cette altitude ?
Arrondir au m/s près.
Écrire ce résultat en notation scientifique.

Exercice 3 : A la mode polynésienne

- Déterminer le PGCD de 260 et de 90 en détaillant les calculs.
- Pour réaliser un couvre-lit, Tina doit découper des carrés dans un tissu de soie blanc rectangulaire de 260 cm de long sur 90 cm de large. Tout le tissu doit être utilisé. Chaque carré doit avoir le plus grand côté possible.
 - Montrer que la longueur du côté d'un carré est 10 cm.
 - Combien de carrés pourra-t-elle obtenir ?
- Sur certains carrés, elle veut faire imprimer un motif : un « tiki » (représentation humaine) sur les uns et un « tipanier » (fleur) sur d'autres. L'imprimeur lui propose le devis suivant créé à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D
1	Motif	Prix unitaire en €	Quantité	Prix total en €
2	tiki	0,05	117	5,85
3	tipanier	0,06	117	7,02
4				
5	Total			

Pour obtenir le coût total des impressions des carrés, quelle formule doit-on saisir en D5 ? Parmi les 4 formules proposées, recopier la bonne :

D2+D3

=SOMME (D2 : D3)

5,85+7,02

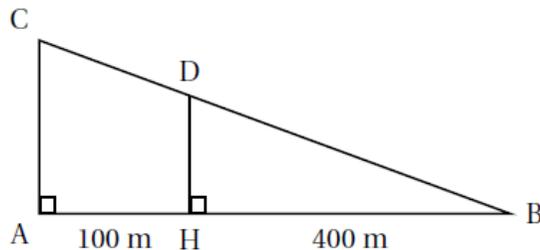
=SOMME (D2 : D5)

- Quel est le coût moyen d'un carré ainsi imprimé ?

II – Activités Géométriques

Exercice 1 : Course de côte

Un cycliste se trouve sur un chemin [CB]. On donne $AH = 100$ m, $HB = 400$ m et $\widehat{ABC} = 10^\circ$.



- Calculer la mesure de l'angle \widehat{BCA} .
- Calculer le dénivelé AC arrondi au mètre.
- Calculer la longueur BC arrondi au mètre.
- Le cycliste est arrêté au point D sur le chemin.
Calculer la distance DB arrondi au mètre qu'il lui reste à parcourir.

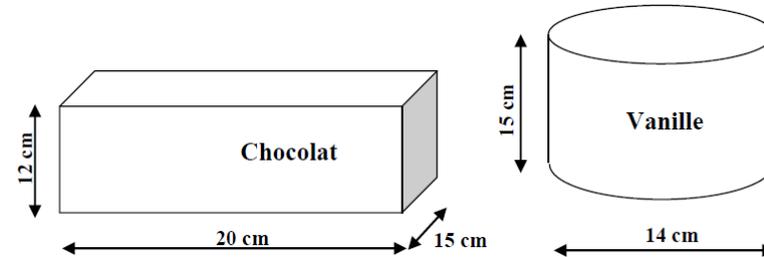
Exercice 2 : Rafrâichissement

Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de trois boules supposées parfaitement sphériques, de diamètre 4,2 cm.
Le pot de glace au chocolat ayant la forme d'un parallélépipède rectangle est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille.

Rappels :

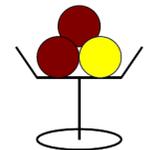
$$V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h$$

$$V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$



Le restaurateur veut constituer des coupes avec deux boules au chocolat et une boule à la vanille.

- Montrer que le volume d'un pot de glace au chocolat est $3\,600 \text{ cm}^3$.
 - Calculer la valeur arrondie au cm^3 du volume d'un pot de glace à la vanille.
- Calculer la valeur arrondie au cm^3 du volume d'une boule de glace contenue dans la coupe.
- Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?
Toute trace de recherche sera prise en compte dans l'évaluation.



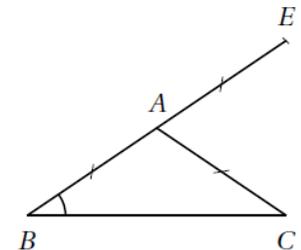
Exercice 3 : Sans titre

Dans cet exercice, on étudie la figure ci-contre où :

- ABC est un triangle isocèle tel que $AB = AC = 4$ cm
- E est le symétrique de B par rapport à A.

On se place dans le cas particulier où $\widehat{ABC} = 43^\circ$.

- Construire la figure en vraie grandeur.
- Quelle est la nature du triangle BCE ? Justifier.
- Prouver que l'angle \widehat{EAC} mesure 86° .
- Calculer EC.



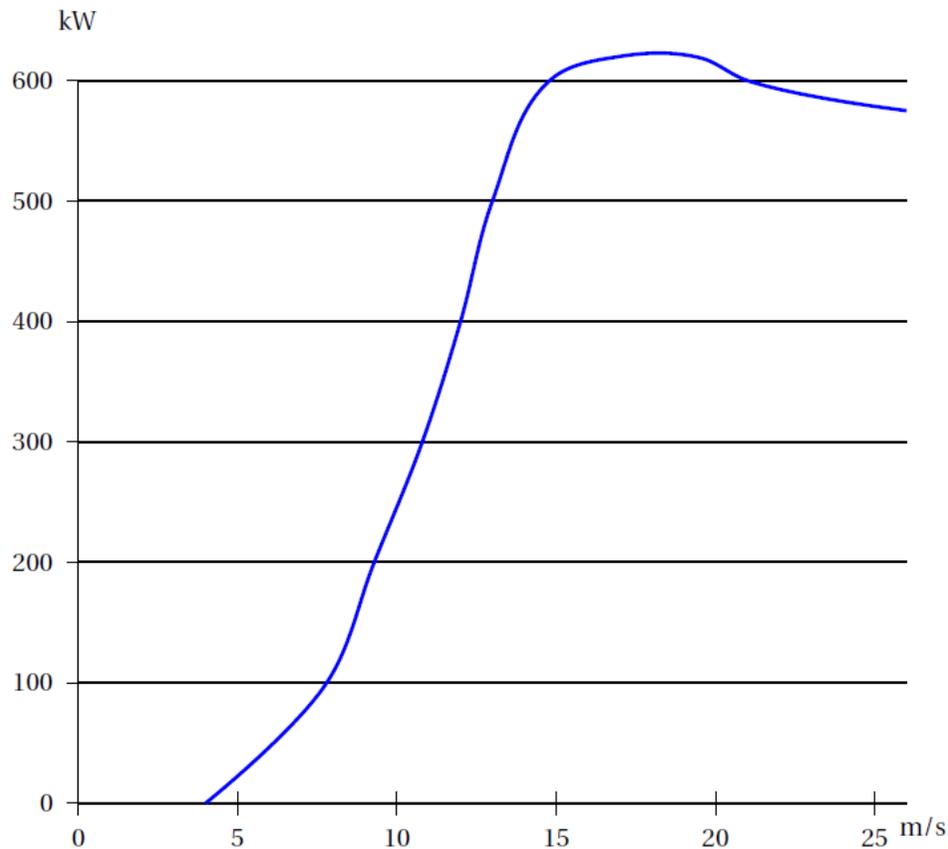
III – Problème

Une commune étudie l'implantation d'une éolienne dans le but de produire de l'électricité.

1ère Partie : courbe de puissance d'une éolienne

La puissance fournie par l'éolienne dépend de la vitesse du vent.
Lorsque la vitesse du vent est trop faible, l'éolienne ne fonctionne pas.
Lorsque la vitesse du vent est trop importante, par sécurité, on arrête son fonctionnement volontairement.

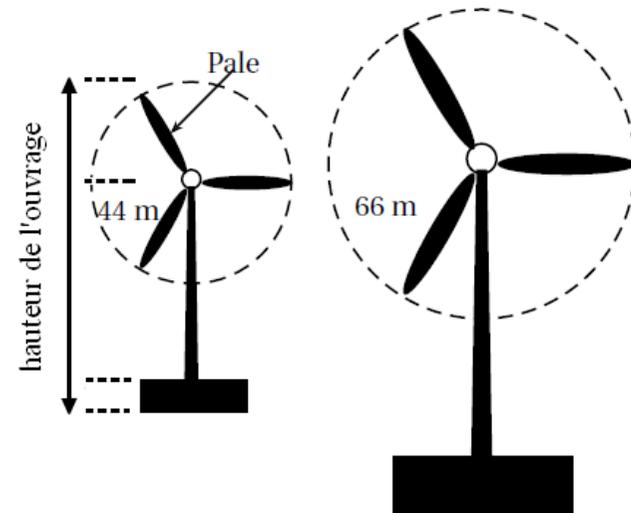
Pour le modèle choisi par la commune, on a tracé la courbe représentant la puissance fournie, en kW, en fonction de la vitesse du vent en m/s.



Source : www.WINDPOWER.org

- Utiliser ce graphique pour répondre aux questions suivantes :
 - Quelle vitesse le vent doit-il atteindre pour que l'éolienne fonctionne ?
 - Indiquer une vitesse du vent pour laquelle la puissance de l'éolienne est au moins 200 kW.
 - La puissance fournie par cette éolienne est-elle proportionnelle à la vitesse du vent ? Justifier la réponse.
- On arrête l'éolienne lorsque le vent souffle à plus de 25 m/s.
Exprimer cette vitesse en km/h.

2ème Partie : puissance et longueur de pales



Les trois pales d'une éolienne décrivent un disque en tournant.
On considère que la longueur des pales est le rayon de ce disque.

- Calculer l'aire de ce disque avec des pales de 44 m.
 - Même question avec des pales de 66 m.
- On admet que la puissance de l'éolienne est proportionnelle à l'aire du disque décrit par les pales.
Par quel nombre va-t-on multiplier la puissance fournie si on utilise des pales de 66 m au lieu de 44 m ?

3ème Partie : hauteur de l'édifice

Une entreprise fournit à la commune le descriptif suivant de la taille totale de l'ouvrage éolien :

« La hauteur du mât sera le double du rayon de la longueur d'une pôle. Le mât est ancré sur une fondation d'épaisseur 4 m. »

1. La hauteur totale de l'ouvrage éolien se mesure en prenant en compte de la fondation (toute partie bétonnée à la base) jusqu'au sommet d'une pôle en position verticale (voir schéma de la 2ème partie).

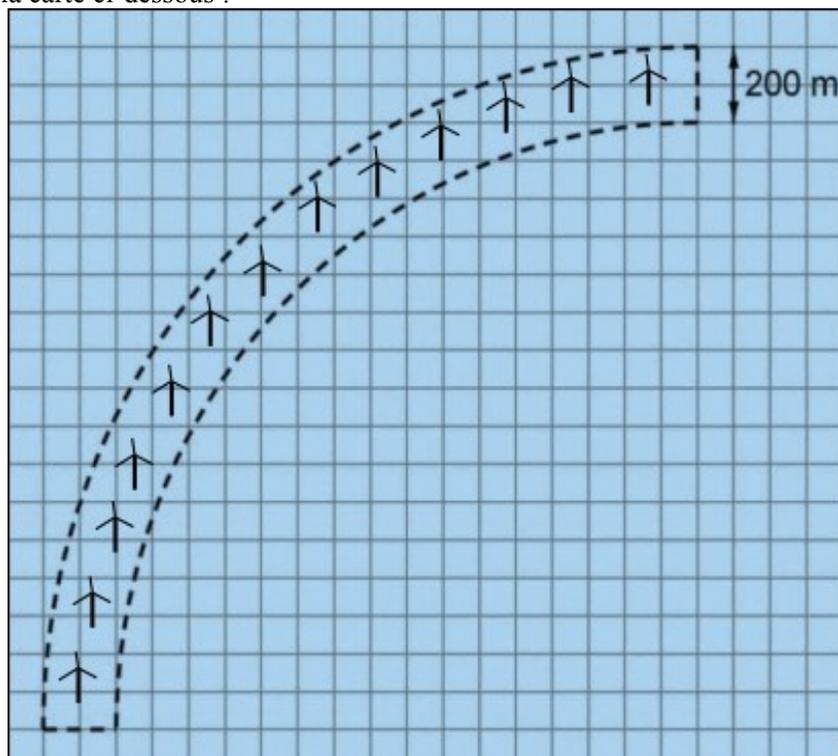
a. On appelle x la longueur d'une pôle.

Déterminer la formule donnant la taille totale de l'ouvrage éolien en fonction de x .

Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte.

b. Déterminer la longueur maximale d'une pôle pour que l'édifice ne dépasse pas 154 m.

2. Pour éviter l'effet de mur, les éoliennes sont installées en arc de cercle. Pour des raisons de sécurité, la circulation est interdite dans la zone représentée en pointillé sur la carte ci-dessous :



Quelle est alors la superficie de cette zone ?

Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte.