

## Corrigé de l'épreuve commune de mathématiques d'avril 2007.

### I : Activités numériques.

#### Exercice 1:

$$1) A = \frac{1}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{12} = \frac{1}{5} - \frac{21}{60} = \frac{12}{60} - \frac{21}{60} = \frac{-9}{60} = \boxed{\frac{-3}{20}}$$

$$2) B = 4\sqrt{9 \times 5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{100 \times 5} = 12\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 10\sqrt{5} = \boxed{4\sqrt{5}}$$

$$2) C = \frac{4 \times 12}{3} \times 10^{14-11} = 16 \times 10^3 = \boxed{1,6 \times 10^4}$$

#### Exercice 2:

$$1) D = 16x^2 - 8x + 1 + 4x^2 - x + 12x - 3 = \boxed{20x^2 + 3x - 2}$$

$$2) D = (4x - 1)[(4x - 1) + (x + 3)] = (4x - 1)(4x - 1 + x + 3) = \boxed{(4x - 1)(5x + 2)}$$

3) Si  $A \times B = 0$  alors soit  $A = 0$  ou soit  $B = 0$

Soit  $4x - 1 = 0$  ou soit  $5x + 2 = 0$

$$x = \frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-2}{5}$$

#### Exercice 3:

1) Le nombre maximum de lots est le plus grand nombre qui doit diviser à la fois 4897 et 1475: c'est donc le PGCD de 4897 et de 1475. On utilise la méthode des divisions successives.

$$\text{PGCD}(4897; 1475) = \text{PGCD}(1475; 472) \text{ car } 4897 = 1475 \times 3 + 472$$

$$\text{PGCD}(4897; 1475) = \text{PGCD}(472; 59) \text{ car } 1475 = 472 \times 3 + 59$$

$$\text{PGCD}(4897; 1475) = \text{PGCD}(59; 0) \text{ car } 472 = 59 \times 8 + 0$$

$$\text{PGCD}(4897; 1475) = 59 \quad \text{Le père Noël pourra offrir 59 lots.}$$

2)  $4897 : 59 = 83$  ;  $1475 : 59 = 25$  . Chaque lot comportera 83 figurines et 25 poupées.

**Exercice 4:** Soit  $x$  le nombre cherché.

$$\text{On a : } 3x + 7 = 34 \quad \text{puis } 3x = 34 - 7 \quad \text{puis } 3x = 27 \quad \text{puis } x = \frac{27}{3} \quad \text{puis } \boxed{x = 9}$$

Le nombre cherché est 9.

### II : Activités Géométriques.

#### Exercice 1:

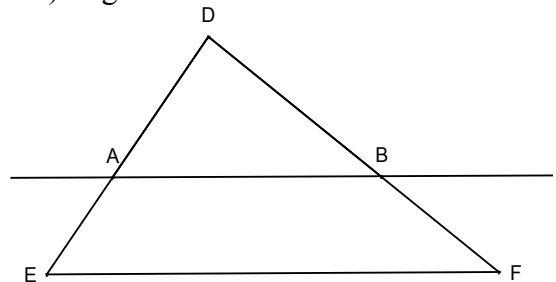
2) Calculons :  $EF^2 = 10^2 = 100$  ;  $DE^2 + DF^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$   
puisque  $EF^2 = DE^2 + DF^2$  alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en D.

3) Dans le triangle DEF, calculons  $DA/DE = 3,6/6 = 0,6$  et

$DB/DF = 4,8/8 = 0,6$ .

Comme  $DA/DE = DB/DF$  et que les points D,A,E et D,B,F sont alignés dans le même ordre alors d'après la réciproque du théorème de Thalès (AB) est parallèle à (EF).

1) Figure réduite



4) Dans le triangle rectangle ADB rectangle en D

$$\tan \widehat{DAB} = \frac{DB}{AD} = \frac{4,8}{3,6} \approx 1,33... \quad \text{Donc } \widehat{DAB} \approx \boxed{53^\circ}$$

#### Exercice 2:

$$1) V(SABCD) = \frac{B \times h}{3} = \frac{4 \times 3 \times 6}{3} = 24 \text{ cm}^3 .$$

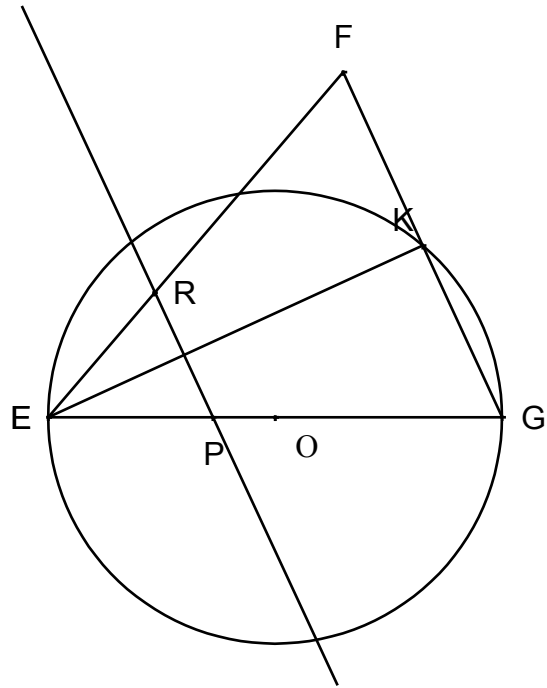
$$2) V(SA'B'C'D') = k^3 \times V(SA'B'C'D) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 24 = \boxed{\frac{64}{9} \text{ cm}^3} \approx 4,11. \text{ cm}^3 .$$

### III : Problème.

#### 1ère partie:

1) Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés alors ce triangle est rectangle.

Comme EKG est inscrit dans le cercle de diamètre [EG] alors EKG est rectangle en K



2) Dans le triangle EKG rectangle en K , d'après le théorème de Pythagore , on a :

$$EG^2 = EK^2 + KG^2$$

$$\text{soit } 6^2 = EK^2 + 2,5^2$$

$$\text{d'où } EK^2 = 36 - 6,25$$

$$EK^2 = 29,75$$

$$EK = \sqrt{29,75} \approx 5,4 \text{ ou } 5,5 \text{ cm}$$

3) Comme F est le symétrique de G par rapport à K alors  $KF = KG = 2,5 \text{ cm}$ .

Dans le triangle EKF rectangle en K d'après le théorème de Pythagore, on a:  $EF^2 = EK^2 + KF^2$

$$\text{Soit } EF^2 = 29,75 + 2,5^2 \text{ d'où } EF^2 = 29,75 + 6,25 = 36 \text{ d'où } EF = \sqrt{36} = 6 \text{ cm.}$$

Comme  $EF = EG = 6 \text{ cm}$  , le triangle EFG est isocèle en E.

$$4) A(EFG) = \frac{b \times h}{2} = \frac{5 \times \sqrt{29,75}}{2} \approx 13,6 \text{ cm}^2.$$

5) Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au troisième côté. Comme O est le milieu de [EG] et que K est le milieu de [FG] alors (OK) est parallèle à (EF).

(On peut aussi utiliser la réciproque du théorème de Thalès dans le triangle EFG en calculant :  $GO/GE = 3/6 = 0,5$  et  $GK/GF = 2,5/5 = 0,5$  etc ...)

#### 2ème partie:

1) EPR est un triangle isocèle en E donc  $ER = x \text{ cm}$ .

2) Dans les triangles EFG et EPR ,  $P \in [EG]$  ;  $R \in [EF]$  ; (PR) est parallèle à (FG) alors d'après le

$$\text{théorème de Thalès ,on a: } \frac{ER}{EF} = \frac{EP}{EG} = \frac{PR}{FG} \text{ Soit : } \frac{x}{6} = \frac{x}{6} = \frac{PR}{5}$$

$$\text{d'où } PR = \frac{5 \times x}{6} = \frac{5}{6} x$$

$$3) P(EPR) = EP + PR + ER = x + \frac{5}{6} x + x = \frac{6}{6} x + \frac{5}{6} x + \frac{6}{6} x = \frac{17}{6} x \text{ cm}$$

$$4) \text{ On doit avoir } \frac{17}{6} x = 12,75$$

$$\text{Soit } x = 12,75 : \frac{17}{6}$$

$$x = 12,75 \times \frac{6}{17}$$

$$x = 4,5 \text{ cm.}$$

Donc si P est à 4,5 cm de E alors le périmètre du triangle EPR sera égal à 12,75 cm.