Corrigé de l'épreuve commune de mathématiques d'avril 2008.

I : Activités numériques.

Exercice 1:

1	Si $\frac{-3}{4}$ x= $\frac{4}{3}$ alors x est égal à :	$\frac{-16}{9}$	1	-1
2	$x^2 - 4x + 4$ est égal à :	(x-2)(x+2)	$(x - 2)^2$	(x -1)(x -4)
3	$\sqrt{12}$ + $\sqrt{27}$ est égal à:	$\sqrt{39}$	$13\sqrt{3}$	$5\sqrt{3}$
4	Le pgcd de 36 et de 20 est égal à :	8	2	4
5	$\frac{4}{5}$: $\frac{2}{3}$ est égal à:	$\frac{8}{15}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{10}{12}$
6	$\frac{4}{3}$ - $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}$ est égal à:	$\frac{7}{6}$	$\frac{15}{12}$	$\frac{2}{12}$
7	Les solutions de l'équation $x^2 = 100$ sont :	10 et -10	50 et -50	100 et 0
8	Si $\frac{2-x}{3}<5$ alors	$x>-9$	$x>-13$	$x<-2$

Exercice 2:

1) $A = x^2 - 6x + 9 + x^2 - 9 = \boxed{2x^2 - 6x}$.
2) $A = (x-3)[(x-3)+(x+3)] = (x-3)(x-3+x+3) = (x-3)2x = \boxed{2x(x-3)}$.
3) Si AxB = 0 alors soit A = 0 ou soit B = 0
 Soit x = 0 ou soit x – 3 = 0 donc soit x= 0 ou soit x = 3.
 Les solutions de l'équation $\boxed{\text{sont } 0 \text{ et } 3.}$
4) On choisit de remplacer x par 5 dans l'expression développée.
 $A = 2\times5^2-6\times5 = 2\times25-30 = 50 - 30 \boxed{= 20.}$

Exercice 3:

Pour connaître quel est le plus grand nombre qui divise à la fois 675 et 375 , on calcule le pgcd(375;675).
On utilise la méthode des divisions successives.

a	b	r
675	375	300
375	300	75
300	75	0

675 = 1x375 + 300
375= 1x300 + 75
300= 4x 75 + 0

Donc pgcd(375;675) $\boxed{=75}$

$$\frac{675\div75}{375\div75} = \boxed{\frac{9}{5}}$$

II Activités géométriques.

Exercice 1:

1) Dans le triangle ACB rectangle en B , $\sin\widehat{ACB}=\frac{AB}{AC}$ soit $\sin\widehat{ACB} = \frac{2,5}{10} = 0,25$
 d'où $\boxed{\widehat{ACB} \approx 14°.}$
2) Dans le triangle ACB rectangle en B , $\cos\widehat{ACB}=\frac{BC}{AC}$ soit $\cos 14° \approx \frac{BC}{10}$
 d'où BC≈ $10\times\cos 14°$ $\boxed{\approx 10 \text{ m.}}$
 BD = BC + CD = 10 + 5 = $\boxed{15 \text{ m.}}$
3) $A(ACDE) = A(AFC) + A(CDEF) = \frac{b\times h}{2} + L\times l = \frac{AF\times FC}{2} + EF\times ED = \frac{10\times2,5}{2} + 5\times2,5$
 A (ACDE) = 12,5 + 12,5 = $\boxed{25 \text{ m}^2}$
4) Comme pour 1 m² il faut 10 parpaings , pour 25 m² , il faut 25×10 =250 parpaings.
 Comme il en faut 10% en plus : $250\times\frac{10}{100}$ = 25 parpaings
 Il en faut au total : 250 + 25 = $\boxed{\text{275 parpaings.}}$

Exercice 2 :

1) V(SABCD) = $\dfrac{B\times h}{3} = \dfrac{(4\times3)\times6}{3}$ $\boxed{= 24 \quad cm^3}$

2) Dans le triangle ABC rectangle en B , d'après le théorème de Pythagore on a : AC² = AB² + BC²
Soit AC² = 4² + 3² = 16 + 9 = 25 d'où AC = $\sqrt{25}$ = 5 cm.

3) AO = $\dfrac{AC}{2} = \dfrac{5}{2}$ $\boxed{= 2{,}5 \text{ cm.}}$
Dans le triangle SAO rectangle en O , d'après le théorème de Pythagore on a : SA² = AO² + SO²
Soit SA² = 2,5² + 6² = 42,25 d'où SA = $\sqrt{42{,}25}$ $\boxed{= 6{,}5 \text{ cm.}}$

III Problème.

1ère Partie:

1) a) BC² = 500² = 250 000 ; AB² + AC² = 300² + 400² = 90 000 + 160 000 = 250 000 .
On a BC² = AB² + AC² donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore , le triangle ABC est rectangle en A.

b) Si deux droites sont perpendiculaires à la même troisième , alors elles sont parallèles entre elles.
Comme $(DE)\perp(AB)$ et que $(AC)\perp(AB)$ alors $(DE)\|(AC)$.

2) a) Dans les triangles EDB et ACB on a : $D\in(AB)$; $E\in(BC)$; $(DE)\|(AC)$ alors d'après le théorème de Thalès ,on a : $\dfrac{BD}{BA} = \dfrac{BE}{BC} = \dfrac{DE}{AC}$ soit : $\dfrac{BD}{400} = \dfrac{BE}{500} = \dfrac{180}{300}$ On fait le produit en croix.

BD = $\dfrac{180\times400}{300}$ $\boxed{= 240 \text{ m.}}$ et BE = $\dfrac{180\times500}{300}$ $\boxed{= 300 \text{ m.}}$

b) AD = AB – BD = 400 – 240 = 160 m et CE = BC – EB = 500 – 300= $\boxed{200 \text{ m.}}$

3) a) Dans le triangle ABC rectangle en A : cos $\widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{400}{500}$ = 0,8 d'où $\boxed{\widehat{ABC} \approx 37°.}$

b) Dans le triangle DFB rectangle en F :cos $\widehat{DBF} = \dfrac{FB}{DB}$ soit cos 37° = $\dfrac{FB}{240}$ d'où FB = $240\times\cos 37°$ $\boxed{FB \approx 192 \text{ m.}}$

sin $\widehat{DBF} = \dfrac{FD}{DB}$ soit sin 37° = $\dfrac{FD}{240}$ d'où FD = $240\times\sin 37°$ $\boxed{\approx 144 \text{ m.}}$

4) l(DECAD) = DE + EC + CA + AD = 180 + 200 + 300 + 160 $\boxed{= 840 \text{ m.}}$
l(DBFD) = DB + BF + FD = 240 + 192 +144 $\boxed{= 576 \text{ m.}}$

2ème Partie :

1) $x = 8 - y$

2) $576\times x+840\times y=5928$
$576\times(8-y)+840\,y=5928$
$4608 - 576y + 840y = 5928$
264y = 1320
$y = \dfrac{1320}{265}$
$\boxed{y = 5}$

Comme $x = 8 - y$ alors $x = 8 - 5 = 3$
Tristan fera 5 tours et Cynthia 3 tours.